

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2 ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

МЕТА РОБОТИ: ознайомитися з фізичною статистикою Максвелла-Больцмана.

3.1 Теорія

В цій роботі необхідно зробити експериментальне дослідження розподілу електронів, які вилітають з гарячого катоду електровакуумної лампи по енергіям і порівняти отримані результати з розподілом Максвелла-Больцмана.

1. Між молекулярно-кінетичною будовою фізичної системи і її макроскопічними властивостями існує однозначний зв'язок. Визначенням цього зв'язку займається **фізична статистика**.

2. **Задача фізичної статистики** – знаходження функції розподілу частинок, які складають конкретну систему, за такими параметрами, як енергія, швидкість, імпульс, довжина вільного пробігу та ін. При цьому значення кожного з них параметрів для конкретної частинки виявляється випадковою величиною.

Припустимо, що відома функція розподілу частинок по абсолютному значенню швидкості $f(v)$. Тоді ймовірність того, що для окремо взятої частинки (молекули) в деякий момент часу швидкість знаходиться в інтервалі від v до $v + dv$, визначається співвідношенням:

$$dw(v) = f(v)dv. \quad (3.1)$$

3. Вигляд функції розподілу випадкової величини $f(x)$ залежить від властивостей частинок. Якщо рух частинок підкоряється законам класичної механіки, то в цьому випадку буде **класична статистика** (статистика Максвелла-Больцмана); якщо рух частинок підкоряється законам квантової механіки, то тоді буде **квантова статистика** (Фермі-Дірака або Бозе-Ейнштейна).

4. **Функція розподілу Максвелла-Больцмана (М-Б)** має вигляд:

$$f(E) = A \cdot e^{-E/kT}, \quad (3.2)$$

де E – енергія частинки; A – нормуючий множник; k – стала Больцмана; T – абсолютна температура.

За допомогою цієї функції визначають ймовірність того, що частинка має координати x, y, z в інтервалах $x, x + dx; y, y + dy; z, z + dz$ і імпульси P_x, P_y, P_z в інтервалах $P_x, P_x + dP_x; P_y, P_y + dP_y; P_z, P_z + dP_z$.

Ймовірність того, що частинка має енергію в інтервалі від E до $E + dE$:

$$dw(E) = f(E) \cdot dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \cdot E^{1/2} \cdot e^{-E/kT} dE. \quad (3.3)$$

Якщо загальну кількість частинок в системі N помножити на ймовірність, то отримаємо число частинок dN , що мають енергію в межах вказаного інтервалу, тобто:

$$dN = \frac{2N}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \cdot E^{1/2} \cdot \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE. \quad (3.4)$$

Звідки отримуємо:

$$f(E) = \frac{dN}{NdE}. \quad (3.5)$$

5. На рис. 3.1 показано графік функції розподілу по енергіям. Графік функції $f(E)$ і вісь абсцис обмежують частину координатної площини, площа яка дорівнює одиниці. Нормуючий множник

$A = 2\pi^{-1/2} \cdot (kT)^{-3/2}$ підібрано так, щоб інтеграл $\int_0^{\infty} f(E)dE$ дорівнював одиниці. Рівняння

$\int_0^{\infty} f(E)dE = 1$ називають умовою нормування функції розподілу.

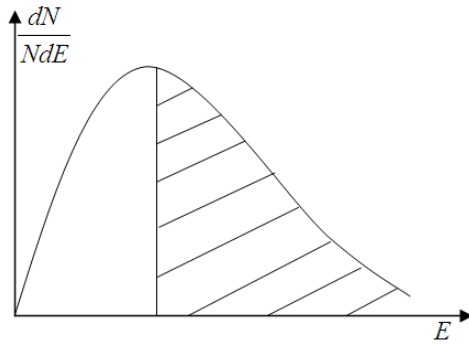


Рисунок 3.1

6. Розглянемо рис. 3.2. Площа заштрихованої частини дорівнює відносній частині тих частинок, енергія E яких більша ніж E_0 . Абсолютне число таких частинок N визначається інтегралом:

$$\Delta N = 2N\pi^{-\frac{1}{2}}(kT)^{-\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} E^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE, \quad E > E_0. \quad (3.6)$$

Якщо $E \gg kT$, то можна скористатися наближеним співвідношенням:

$$\Delta N \approx (\pi kT)^{-1/2} \cdot 2NE_0^{1/2} e^{-E_0/kT}. \quad (3.7)$$

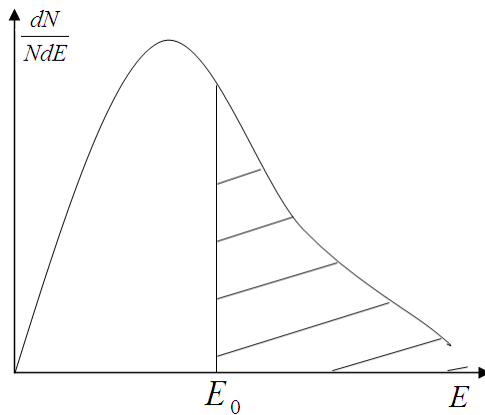


Рисунок 3.2

7. **Квантова статистика Фермі-Дірака (Ф-Д)** використовується для систем квантових частинок з напівцілим спіном. Для таких частинок виконується принцип Паулі, у відповідності з яким в кожному квантовому стані може бути лише одна частинка.

Функція розподілу Ф-Д визначає ймовірність заповнення квантового стану з енергією E і має такий вигляд:

$$f_{\Phi-Д} = \left[\exp \frac{E - \mu}{kT} + 1 \right]^{-1}. \quad (3.8)$$

Графік цієї функції показано на рис. 3.3. Величину μ називають **хімічним потенціалом**, або **енергією Фермі**. Числове значення цієї енергії дорівнює роботі, яку необхідно виконати, щоб змінити число частинок в системі на одну.

8. Із рис. 3.3 можна бачити, що при $T=0$ ймовірність заповнення всіх станів з енергією меншою ніж μ дорівнює 1, тобто всі вони заповненні, а ті які мають енергію $E > \mu$ – всі вільні. При $T > 0$ відбувається часткове заповнення станів з енергією $E > \mu$.

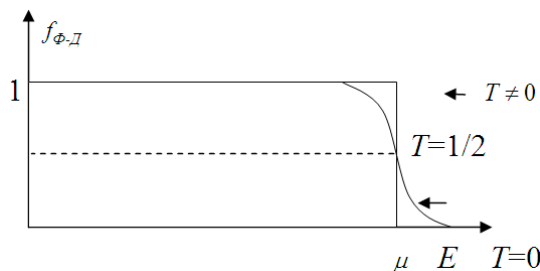


Рисунок 3.3

9. Для тих станів, де виконується умова $E - \mu \gg kT$, буде справедлива функція розподілу М-Б. Дійсно, якщо $E - \mu \gg kT$, то $\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) \gg 1$ і одиницею в функції Ф-Д можна знехтувати. При цьому функція Ф-Д набуває такого вигляду:

$$f_{\Phi-Д} = e^{\mu/kT} \cdot e^{-E/kT}, \quad (3.9)$$

що практично співпадає з функцією М-Б (3.2).

10. Функція розподілу Ф-Д описує вироджені системи. Прикладом такої системи є електронний газ в металах. Електронний газ в напівпровідниках в більшості випадків невироджений. До нього можна застосувати статистику М-Б. Для електронів в металах, котрі мають таку енергію, що $E - \mu \gg kT$, також слід використовувати статистику М-Б. При збільшенні температури частка таких електронів збільшується і частина з них може залишити метал. Виникає **явище термоелектронної емісії**. В зв'язку з цим, треба сподіватися, що електрони які покидають метал внаслідок термоемісії, підкоряються статистиці М-Б.

11. Це припущення можна перевірити за допомогою електронної лампи (діода), використовуючи методику затримуючого потенціалу. На рис. 3.4 показана принципова схема цього методу.

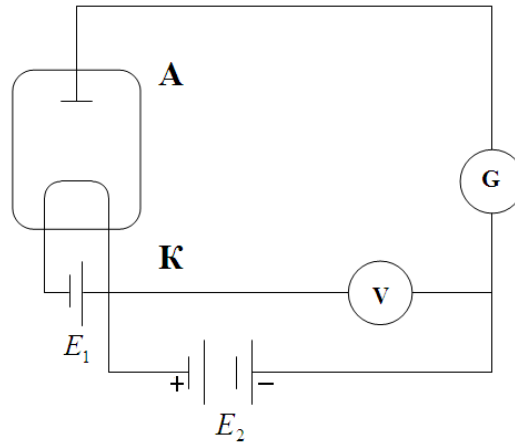


Рисунок 3.4

Джерело E_2 необхідне для подавання на анод затримуючого потенціалу U_3 . Мікроамперметр G вимірює величину струму, який виникає внаслідок того, що частина електронів, які вилітають із катода, попадають на анод. Напевно із катода вилітають тільки ті електрони, що мають енергію E не меншу, ніж робота виходу A_v . Оскільки робота виходу складає декілька еВ, а при температурі катода $T \approx 10^3$ К, $kT = 0,1$ еВ, то умова $E \gg kT$, буде завжди виконуватись. Враховуючи цю обставину запишемо, що число електронів, які вилітають із катода, визначається співвідношенням:

$$N = BA_0^{1/2} \exp\left(-\frac{A_0}{kT}\right), \quad (3.10)$$

де B – коефіцієнт пропорційності.

Повний струм, величина якого буде виміряна G , очевидно пропорційний числу електронів, що покинули метал, тобто:

$$I = CA_0^{1/2} \exp\left(-\frac{A_0}{kT}\right), \quad (3.11)$$

де C – новий коефіцієнт.

12. Якщо від джерела E_2 подати на анод від'ємний потенціал U_3 відносно катода, то це буде еквівалентно збільшенню роботи виходу на eU_3 , де e – заряд електрона. Струм I при цьому зменшиться і буде визначатися за формулою:

$$I = C(A_0 + eU_3)^{1/2} \exp\left(-\frac{A_0 + eU_3}{kT}\right), \quad (3.12)$$

або

$$I = C(A_0 + eU_3)^{1/2} \exp\left(-\frac{A_0}{kT}\right) \exp\left(-\frac{eU_3}{kT}\right). \quad (3.13)$$

Після логарифмування, одержуємо:

$$\ln I = \ln \left[C(A_e + eU_3)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{A_e}{kT}} \right] - \frac{eU_3}{kT}. \quad (3.14)$$

Можна вважати, що $A_e \gg eU_3$. Завдяки цьому будемо рахувати, що:

$$\ln \left[C(A_e + eU_3)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{A_e}{kT}} \right] \approx \ln \left[CA_e^{1/2} e^{-\frac{A_e}{kT}} \right] = \ln I_0. \quad (3.15)$$

Нарешті отримуємо:

$$\ln I = \ln I_0 - \frac{eU_3}{kT}. \quad (3.16)$$

13. Із останньої формули бачимо, що залежність $\ln I = f(U_3)$ – лінійна. Це показано на рис. 3.5.

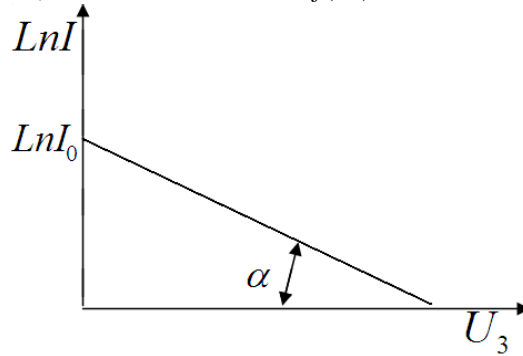


Рисунок 3.5

14. При проведенні вимірювань треба мати на увазі, що залежність $\ln I = f(U_3)$ може значно відрізнятися від лінійної.

Ця розбіжність буде особливо помітна при малих U_3 і великих температурах катоду. Причина цього – просторовий заряд, що утворюється електронами, які вилітають із катоду. Цей заряд збільшується з підвищенням температури катоду. В зв'язку з цим, вимірювання необхідно виконувати, по можливості, при малих температурах.

3.2 Завдання 1

- 1 Побудувати криву розподілу термоелектронів по енергіям і порівняти її з функцією М-Б.
- 2 Визначити температуру T електронного газу.

Прилади і обладнання

1. Електронна лампа (діод).
2. Міліамперметр для вимірювання сили струму розжарювання катоду.
3. Мікроамперметр для вимірювання струму через діод.
4. Вольтметр для вимірювання затримуючого потенціалу.
5. Потенціометр R1.
6. Реостат R2 в колі розжарювання катоду.

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитися з електричною схемою лабораторної установки, яка зображена на рис. 3.6 (позначення приладів див. вище).

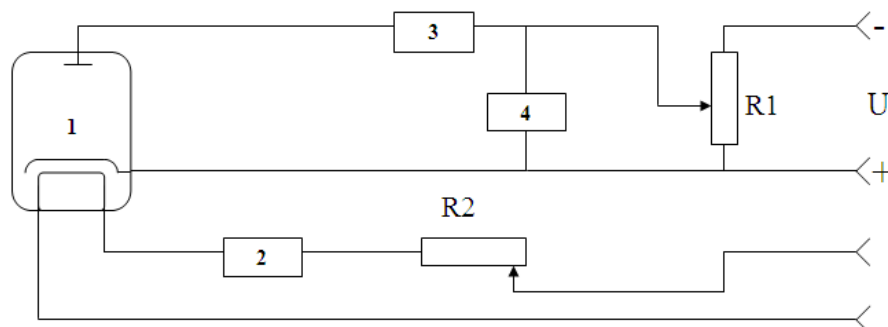


Рисунок 3.6

2. Включити установку. За допомогою R2 виставити необхідний струм розжарення I_p і підтримувати його постійним. Нагрівання катоду потрібно продовжувати 5-10 хвилин. Збільшуючи за допомогою R1 затримуючий потенціал U_3 , зняти залежність I від U_3 . Результати вимірювань занести до таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

№, п/п	Затримуючий потенціал U_3 , В	Анодний струм I , мкА	Зміна анодного струму $\Delta I = (I_n - I_{n+1})$, мкА	$\ln I$
1				
2				
...				
10				

3. За даними таблиці 3.1 побудувати графіки залежностей $I = f(U_3)$ та $\Delta I = f(U_3)$. Графік залежності $\Delta I = f(U_3)$ характеризує розподіл термоелектронів по енергіям. Для побудови цього графіка необхідно на середині кожного інтервалу затримуючої напруги побудувати в напрямку осі ординат відрізок, який у підбраному масштабі дорівнює тому I , що відповідає цьому інтервалу напруги. Необхідно порівняти отриману криву з теоретичною для розподілу молекул ідеального газу по енергіям. Якщо буде значна розбіжність, то необхідно пояснити її правдоподібними припущеннями.

4. Побудувати графік залежності $\ln I = f(U_3)$, від якого має бути таким як на рис. 3.7.

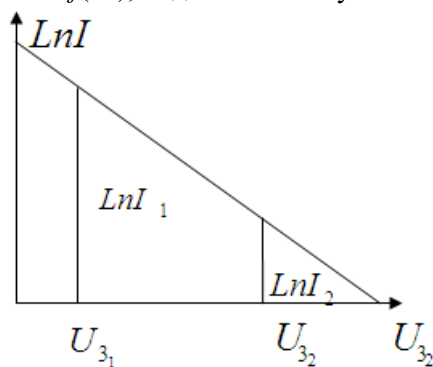


Рисунок 3.7

5. Взявши координати крайніх точок прямолінійної ділянки залежності $\ln I = f(U_3)$ визначити температуру T термоелектронного газу за формулою:

$$T = \frac{e(U_{32} - U_{31})}{k(\ln I_1 - \ln I_2)}, \quad (3.17)$$

де $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд електрону; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

6. Зробити висновки про можливість застосування класичної статистики до термоелектронів, звернувши особливу увагу на форму графіка і значення температури T електронного газу.

3.3 Завдання 2

1 Побудувати графік розподілу термоелектронів по енергіям, порівняти його з графіком функції Максвела-Больцмана (М-Б).

2 Визначити температуру T електронного газу.

Прилади і обладнання

1. Цифровий мультиметр DT-830B – 3 шт.
2. Електронна лампа (подвійний діод) 6X2П – 1 шт.
3. Джерело постійного струму AC-DC з вихідною напругою 6 В – 1 шт.
4. Електролітичний конденсатор 4700μF16V – 2 шт.
5. З'єднувальні провідники.

Порядок виконання роботи

1. Зібрати робочу схему згідно з монтажною, рис. 3.8.
2. Виставити межі вимірювань на приладах DT-830B: 1 – „2000 mV”, 2 – „2000 mV”, 3 – „200 μA”.

3. Ввімкнути джерело постійного струму до мережі. Вихідна напруга на джерелі $U=6$ V.
4. Проводимо пробний експеримент в ході якого визначаємося з шагом зміни напруги на 2 mV. Вимикаємо струм розжарення. Розряджаємо конденсатор. Повторно подаємо струм розжарення. Показання мілівольтметра (прилад 1) необхідні для контролю температури катодів. Одночасно знімаємо показання з мілівольтметра (прилад 2) та мікроамперметра (прилад 3) та заносимо до таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

№, п/п	U , mV	I , μ A	ΔI , μ A	$\ln I$

5. Побудувати графіки залежностей $I = f(U)$, $\Delta I = f(U)$, $\ln I = f(U)$.
6. Порівняти отриманий графік залежності $\Delta I = f(U)$ з графіком функції М-Б.
7. З графіка $\ln I = f(U)$ визначити температуру T електронного газу:

$$T = \frac{e(U_2^3 - U_1^3)}{k(\ln I_1 - \ln I_2)}, \quad (3.18)$$

де $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд електрона, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

8. Зробити висновки про можливість застосування класичної статистики до термоелектронів, звернувши особливу увагу на форму графіка $\Delta I = f(U)$ і значення температури T електронного газу.

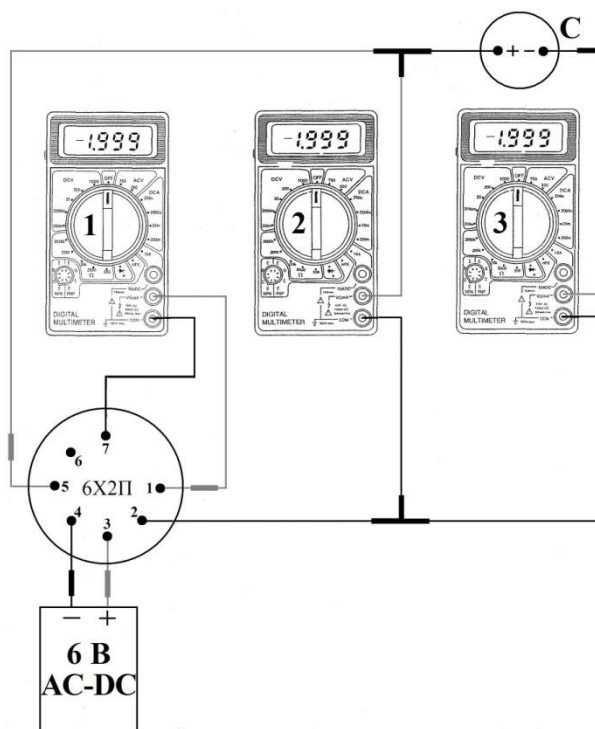


Рисунок 3.8
Контрольні запитання

1. Що таке функція розподілу? Що можна розрахувати за допомогою функції розподілу?
2. Який вигляд мають функції розподілу Максвелла-Больцмана і Фермі- Дірака?
3. Що таке умова нормування? Який її фізичний зміст?
4. Що таке енергія Фермі? При якій умові функція Фермі-Дірака перетворюється у функцію Максвелла- Больцмана?
5. Що таке термоелектронна емісія?
6. Як впевнитись, що експериментальна залежність відповідає теоретичній?
7. Як залежить сила струму емісії в електронній лампі від температури катоду?
8. Що таке робота виходу і як вона впливає на силу струму при термоелектронній емісії?

Література

1. Говорун Т.П. Фізика конденсованого стану матеріалів / Т.П. Говорун, В.О. Пчелінцев, В.М. Радзівський, Л.В. Носонова. навч. посіб. - Суми: СумДУ, 2015. - 236 с.

2. Поплавко Ю. М. Фізичне матеріалознавство , Ч. 3. Провідники та магнетики. /Ю. М. Поплавко, С. О. Воронов, Ю. І. Якименко.. Навчальний посібник. К.: НТУУ «КПІ», 2011. - 372 с.
3. Подопригора Н.В., Садовий М.І., Трифонова О.М.. Фізика твердого тіла / Н.В. Подопригора, М.І. Садовий, О.М. Трифонова: навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей педагогічних університетів, – Кіровоград: ПП «Центр оперативної поліграфії «Авангард», 2014. – 416 с. Д
4. Кшнякин, В.С. Основи фізичного матеріалознавства [Електронний ресурс] / В.С. Кшнякин, А.С. Опанасюк, К.О. Дядюра. - Електронне вид. каф.: Електроніки і комп'ютерної техніки; ПМіТКМ. - Суми: СумДУ, 2015. - 466 с.