

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**



**Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики**

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Диференціальні та інтегральні рівняння**

Рівень вищої освіти  
Освітня програма  
Спеціальність  
Галузь знань

**Перший (бакалаврський)  
Комп'ютерна фізика  
104 Фізика та астрономія  
10 Природничі науки**

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від 31 серпня 2022 р.

<b>1. Загальна інформація</b>	
<b>Назва дисципліни</b>	Диференціальні та інтегральні рівняння
<b>Рівень вищої освіти</b>	Перший (бакалаврський)
<b>Викладач (-і)</b>	кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри диференціальних рівнянь і прикладної математики Махней Олександр Володимирович
<b>Контактний телефон</b>	596027
<b>E-mail викладача</b>	makhney1@yahoo.com
<b>Формат дисципліни</b>	лекції, практичні заняття
<b>Обсяг дисципліни</b>	3 кредити ЄКТС
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	www.d-learn.pnu.edu.ua
<b>Консультації</b>	четвер 13:30
<b>2. Анотація до курсу</b>	
<p>Навчальна дисципліна «Диференціальні та інтегральні рівняння» належить до циклу професійної підготовки і формує важливі навички практичної та наукової діяльності бакалавра спеціальності «середня освіта (фізика)». Знання, набуті студентами з цієї дисципліни, будуть потрібні їм у курсах методи математичної фізики, класична механіка, електродинаміка, квантова механіка, термодинаміка. Вивчення дисципліни ґрунтується на курсах математичного аналізу та алгебри.</p>	
<b>3. Мета та цілі курсу</b>	
<p>Мета викладання навчальної дисципліни полягає в:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– формуванні теоретичної бази з теорії звичайних диференціальних рівнянь та їх систем, існування та єдиності розв'язку, методів розв'язування тих рівнянь і систем, що розв'язуються в квадратурах;</li> <li>– формуванні практичних навичок розв'язування основних типів інтегрованих у квадратурах звичайних диференціальних рівнянь і систем, а також розв'язування початкових та крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь;</li> <li>– ознайомленні з лінійними інтегральними рівняннями Фредгольма і Вольтерри та методами їх розв'язування, а також із можливими застосуваннями диференціальних та інтегральних рівнянь для розв'язування фізичних задач.</li> </ul>	
<b>4. Компетентності</b>	
<p><b><u>Інтегральна компетентність</u></b> Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.</p>	
<p><b><u>Загальні компетентності</u></b> ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p>	
<p><b><u>Спеціальні (фахові) компетентності</u></b> СК17. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів. СК20. Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв'язування фізичних та астрономічних задач і моделювання фізичних систем. СК21. Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси.</p>	
<b>5. Результати навчання</b>	
<p>ПР04. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп,</p>	

методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.					
<b>6. Організація навчання курсу</b>					
Обсяг курсу					
Вид заняття			Загальна кількість годин		
лекції			30		
практичні заняття			30		
самостійна робота			120		
Ознаки курсу					
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибірковий		
3	104 Фізика та астрономія	2	нормативний		
Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки, %	Термін виконання
<b>Змістовий модуль 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку та нелінійні рівняння <math>n</math>-го порядку</b>					
Тема 1. <b>Поняття диференціального рівняння</b> Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Поняття про диференціальні рівняння.	лекція	1, с. 12–22, 7, с. 13–22	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,1	лютий
Тема 2. <b>Загальна теорія диференціальних рівнянь першого порядку</b> Поняття диференціального рівняння першого порядку та його розв'язку. Задача Коші, умови існування та єдиності розв'язку. Загальний, частинний та особливий розв'язки.	лекція	1, с. 24–35, 2, с. 8–21	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,1	лютий
Тема 3. <b>Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані відносно похідної</b> Рівняння з відокремлюваними змінними. Рівняння, однорідні відносно змінних. Рівняння, звідні до рівнянь з відокремлюваними змінними і однорідних.	лекція	1, с. 37–48, 5, с. 55–65	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,2	лютий

<p><b>Тема 4. Рівняння з відокремлюваними змінними</b>          Інтегрування рівнянь з відокремлюваними змінними. Загальний, особливий і частинний розв'язки. Початкова задача. Рівняння, звідні до рівнянь з відокремлюваними змінними.</p>	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	лютий
<p><b>Тема 5. Однорідні диференціальні рівняння</b>          Визначення типу рівнянь. Інтегрування однорідних диференціальних рівнянь. Загальний, особливий і частинний розв'язки.</p>	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	лютий
<p><b>Тема 6. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані відносно похідної (продовження)</b>          Лінійні рівняння. Рівняння Бернуллі. Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник.</p>	лекція	1, с. 49–62, 2, с. 37–57	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,2	лютий
<p><b>Тема 7. Лінійні диференціальні рівняння</b>          Інтегрування лінійних за змінною у диференціальних рівнянь. Інтегрування лінійних по <math>x</math> диференціальних рівнянь. Рівняння Бернуллі. Самостійна робота № 1.</p>	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	2,7	лютий
<p><b>Тема 8. Рівняння у повних диференціалах</b>          Визначення типу рівнянь. Інтегрування рівнянь у повних диференціалах. Інтегрувальний множник.</p>	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	лютий
<p><b>Тема 9. Неявні диференціальні рівняння першого порядку</b>          Рівняння першого порядку, не розв'язані відносно похідної. Степеневі рівняння першого порядку. Рівняння, розв'язані відносно шуканої функції чи</p>	лекція	1, с. 63–75, 3, с. 42–49, 6, с. 41–50	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,1	березень

незалежної змінної. Рівняння Лагранжа, рівняння Клеро.					
<b>Тема 10. Неявні диференціальні рівняння першого порядку</b> Степеневі рівняння першого порядку. Рівняння, розв'язані відносно шуканої функції чи незалежної змінної.	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	березень
<b>Тема 11. Різні диференціальні рівняння першого порядку</b> Рівняння Лагранжа. Рівняння Клеро. Різні диференціальні рівняння першого порядку.	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	березень
<b>Тема 12. Методи зниження порядку диференціальних рівнянь вищих порядків</b> Диференціальні рівняння $n$ -го порядку. Умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Відновлення функції за її $n$ -ною похідною. Основні методи зниження порядку диференціальних рівнянь.	лекція	1, с. 90–102, 3, с. 15–17, 50–58, 4, с. 136–161	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,1	березень
<b>Тема 13. Інтегрування диференціальних рівнянь вищих порядків зниженням порядку</b> Відновлення функції за її $n$ -ною похідною. Рівняння вигляду $F(x, y', y'') = 0$ . Неповні рівняння вигляду $F(y, y', y'') = 0$ .	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	березень
<b>Тема 14. Задачі, які приводять до диференціальних рівнянь</b> Радіоактивний розпад. Охолодження тіла. Горизонтальний рух.	практичне заняття	1–9, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	березень
<b>Тема 15. Контрольна робота № 1</b> Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння. Лінійні рівняння. Початкові задачі.	практичне заняття	1–7, 12	Підготуватись до контрольної роботи (4 год.)	20	березень

Рівняння у повних диференціалах. Неявні диференціальні рівняння. Інтегрування диференціальних рівнянь зниженням порядку.					
<b>Змістовий модуль 2. Лінійні диференціальні рівняння <math>n</math>-го порядку і системи звичайних диференціальних рівнянь, інтегральні рівняння</b>					
Тема 16. <b>Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків</b> Лінійні рівняння $n$ -го порядку та їхні властивості. Лінійна залежність функцій, вронскіан, необхідна умова. Необхідна і достатня умова лінійної незалежності системи функцій. Фундаментальна система розв'язків та загальний розв'язок лінійного однорідного рівняння $n$ -го порядку. Формула Остроградського-Ліувілля та її застосування для розв'язування диференціального рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами.	лекція	1, с. 103–114, 2, с. 113–121, 3, с. 91–102, 10, с. 93–106	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,2	березень
Тема 17. <b>Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами</b> Характеристичне рівняння. Фундаментальна система розв'язків у випадку простих коренів характеристичного рівняння. Фундаментальна система розв'язків у випадку кратних коренів характеристичного рівняння.	лекція	1, с. 116–128, 5, с. 145–150, 7, с. 157–167	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,2	квітень
Тема 18. <b>Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків</b> Загальний розв'язок лінійного неоднорідного рів-	лекція	1, с. 130–144, 3, с. 176–212, 7, с. 169–181	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,1	квітень

няння. Метод варіації сталих. Знаходження частинних розв'язків неоднорідних рівнянь зі сталими коефіцієнтами методом невизначених коефіцієнтів.					
Тема 19. <b>Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами</b> Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого і вищих порядків. Метод невизначених коефіцієнтів для лінійних неоднорідних рівнянь	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	квітень
Тема 20. <b>Метод варіації довільних сталих, початкові і крайові задачі</b> Початкові і крайові задачі для лінійних однорідних і неоднорідних рівнянь. Метод варіації довільних сталих для лінійних неоднорідних рівнянь. Побудова частинних розв'язків методом невизначених коефіцієнтів.	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	квітень
Тема 21. <b>Лінійні диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами</b> Підбір частинного розв'язку. Побудова загального розв'язку на основі формули Остроградського-Ліувілля. Рівняння Ейлера. Самостійна робота № 2.	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	2,7	квітень
Тема 22. <b>Системи звичайних диференціальних рівнянь</b> Системи диференціальних рівнянь. Основні поняття, теорема Коші. Зв'язок нормальної системи диференціальних рівнянь з диференціальними рівняннями $n$ -го порядку. Лінійні системи диференціальних рівнянь. Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.	лекція	1, с. 172–212, 2, с. 164–227	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,2	квітень

<p><b>Тема 23. Метод виключення для систем диференціальних рівнянь</b> Інтегрування однорідних систем зі сталими коефіцієнтами. Інтегрування неоднорідних систем зі сталими коефіцієнтами.</p>	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	квітень
<p><b>Тема 24. Метод Ейлера для систем диференціальних рівнянь</b> Інтегрування однорідних систем зі сталими коефіцієнтами: випадок простих дійсних коренів характеристичного рівняння, випадок простих комплексних коренів характеристичного рівняння, випадок кратних коренів характеристичного рівняння.</p>	практичне заняття	1–7, 12	Виконати вправи (4 год.)	0,2	квітень
<p><b>Тема 25. Інтегральні рівняння</b> Основні класи інтегральних рівнянь. Метод ітерованих ядер для рівнянь Фредгольма і Вольтерри другого роду. Інтегральні рівняння із виродженими ядрами. Альтернатива Фредгольма. Рівняння Вольтерри і Фредгольма першого роду.</p>	лекція	1, с. 266–309, 3, с. 306–357	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,2	травень
<p><b>Тема 26. Метод ітерованих ядер для інтегральних рівнянь Фредгольма і Вольтерри</b> Побудова ітерованих ядер і резольвенти. Відшукування розв'язку інтегральних рівнянь з допомогою резольвенти.</p>	практичне заняття	1, 3, 13	Виконати вправи (4 год.)	0,2	травень
<p><b>Тема 27. Інтегральні рівняння Фредгольма другого роду з виродженими ядрами</b> Інтегральні рівняння з одним доданком в ядрі. Інтегральні рівняння з кількома доданками в ядрі.</p>	практичне заняття	1, 3, 13	Виконати вправи (4 год.)	0,2	травень



Тема 28. <b>Стійкість диференціальних рівнянь</b> Поняття стійкості диференціальних рівнянь. Стійкість систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Стійкість за першим наближенням.	лекція	1, с. 237–249, 2, с. 229–241, 3, с. 231–252, 6, с. 256–171	Опрацювати літературу, прочитати конспект (4 год.)	0,1	травень
Тема 29. <b>Диференціальні рівняння вищих порядків і інтегральні рівняння</b> Лінійні диференціальні рівняння зі сталими і змінними коефіцієнтами. Системи диференціальних рівнянь. Інтегральні рівняння.	практичне заняття	1–7, 12, 13	Виконати вправи (4 год.)	0,2	травень
Тема 30. <b>Контрольна робота № 2</b> Початкові і крайові задачі для лінійних однорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Лінійні диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами. Системи диференціальних рівнянь. Інтегральні рівняння.	практичне заняття	1–7, 12, 13	Підготуватись до контрольної роботи (4 год.)	20	травень

#### 7. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання курсу	Система оцінювання курсу здійснюється згідно з критеріями оцінювання навчальних досягнень студентів, що регламентовані в університеті. Допуск до іспиту становить максимум 50 балів, бал за складання іспиту (підсумковий контроль) становить максимум 50 балів.
Вимоги до письмової роботи	Передбачено дві контрольні роботи, кожна з яких оцінюється за шкалою від 0 до 20 балів, і дві самостійні роботи, кожна з яких оцінюється за шкалою від 0 до 2,5 балів.
Практичні заняття	Оцінюється відвідуваність усіх занять упродовж семестру за 5-бальною шкалою.
Умови допуску до підсумкового контролю	При виставленні допуску до іспиту (максимум 50 балів) враховуються навчальні досягнення студентів (бали), набрані під час контактних (аудиторних) годин, при виконанні завдань для самостійної роботи, а також бали за контрольну і самостійні роботи.

#### 8. Політика курсу

Загальна максимальна сума балів, яка присвоюється студентові за вивчення навчальної дисципліни, становить 100 балів – сума балів за виконання контрольної роботи, самостійних

робіт, відвідування навчальних занять та бали, отримані під час іспиту. Допуск до іспиту передбачає отримання рейтингової підсумкової оцінки (максимум 50 балів, мінімум 25 балів).

При виставленні рейтингового підсумкового балу обов'язково враховується присутність студента на заняттях (у тому числі на лекційних), активність студента під час практичних занять, наявність пропусків без поважних причин, користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час опитування та виконання письмових завдань, списування та плагіат, а також результати відпрацювання пропущених з поважної причини занять.

Студент, який не набрав 25 балів, до іспиту за відомістю № 1 не допускається. У такому випадку до початку екзаменаційної сесії або під час ліквідації академічної заборгованості студент користується повторним правом отримати допуск на складання іспиту за відомістю № 2 на консультаціях викладача (перескладання пропущених тем, виконання індивідуальних завдань і контрольних робіт).

#### **9. Рекомендована література**

1. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні та інтегральні рівняння. Івано-Франківськ : Сімик, 2012. 352 с.
2. Шкіль М. І., Лейфура В. М., Самусенко П. Ф. Диференціальні рівняння. К. : Техніка, 2003. 368 с.
3. Кривошея С. А., Перестюк М. О., Бурим В. М. Диференціальні та інтегральні рівняння. К. : Либідь, 2004. 408 с.
4. Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння у задачах. М. : Высшая школа, 1989. К. : Либідь, 1994, 2003.
5. Лавренюк С. П. Курс диференціальних рівнянь. Львів : Вид-во наук.-техн. літератури, 1997. 216 с.
6. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні рівняння. Івано-Франківськ : Сімик, 2012. 352 с.
7. Шкіль М. І., Сотніченко М. А. Звичайні диференціальні рівняння. К. : Вища школа, 1992. 303 с.

**Викладач Махней Олександр Володимирович**